

## عدد اول

به نام خدا

در قسمت اول درس می‌فروایم اعداد اول رو معرفی کنیم ولی قبل از اون مطالبی رو درباره شمارنده‌ها یادآوری می‌کنیم.

به یه مثال با مفهوم شمارنده آشنا می‌شیم:

عدد ۲۰ بر چه اعدادی بخشپذیره؟ ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۱۰ و ۲۰

به این اعداد شمارنده‌های عدد ۲۰ گفته میشه، یعنی آگه ما عدد ۲۰ رو بر این اعداد تقسیم کنیم، باقیمانده تقسیم برابر صفر میشه.

ما می‌تونیم یه عدد رو به صورت ضرب شمارنده‌هاش بنویسیم، مثلاً برای ۲۰ داریم:

$$۵ \times ۴ = ۲۰$$

$$۲ \times ۱۰ = ۲۰$$

$$۱ \times ۲۰ = ۲۰$$

حالا که معنی شمارنده رو یاد گرفتیم، بگید شمارنده‌های عدد ۱۵ چه اعدادی هستن؟

خب ۱۵ رو بر چه اعدادی می‌تونیم تقسیم کنیم که باقیمانده برابر صفر بشه؟

۱ و ۳ و ۵ و ۱۵

۱۵ رو می‌تونیم به صورت ضرب شمارنده هاش بنویسیم:

$$۳ \times ۵ = ۱۵$$

$$۱ \times ۱۵ = ۱۵$$

شمارنده های عدد ۳۰ چه عددهایی هستن؟

۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰

عدد ۳۰ رو هم می‌تونیم به شکلهای مختلف به صورت ضرب شمارنده هاش بنویسیم:

$$۳۰ = ۱ \times ۳۰$$

$$۳۰ = ۲ \times ۱۵$$

$$۳۰ = ۵ \times ۶$$

و ...

آگه به شمارنده‌های اعداد دقت کنیم می‌بینیم که بین شمارنده‌ها همیشه ۲ تا عدد وجود داره، یکی عدد ۱ و یکی هم خود عدد.

پس ۱ و خود عدد، شمارنده همه عددها هستن.

شمارنده های عدد ۷ چه اعدادی هستن؟

۱ و ۷

شمارنده های عدد ۱۱ چه عددهایی هستن؟

۱ و ۱۱

شمارنده های عدد ۱۹ چه اعدادی هستن؟

۱ و ۱۹

شمارنده های عدد ۲۳ چه اعدادی هستند؟

۱ و ۲۳

همینطور که میبیند یه سری از اعداد هستن که غیر از خودشون و ۱ هیچ شمارنده دیگه ای ندارن، اسم این اعداد اعداد اول هست.

یه نکته ای که درباره اعداد اول وجود داره اینه که وقتی میفوییم اون رو به صورت حاصلضرب شمارنده هاش بنویسیم فقط یک حالت وجود داره، مثلا برای ۲۳:

$$۲۳ = ۱ \times ۲۳$$

هیچ حالت دیگه ای وجود نداره. در صورتی که برای اعداد مرکب به چند حالت می تونیم عدد رو به صورت حاصلضرب شمارنده هاش بنویسیم. مثل حاصلضربهایی که برای ۲۰ و برای ۱۵ نوشتیم.

تعریف **عدد اول** به صورت زیره:

**عددی که غیر از خودش و ۱ شمارنده دیگری ندارد.**

حالا بطوری تشفیص بریم یه عدد اول هست یا نه؟

آیا ۲ اوله؟

عدد ۲ غیر از خودش و ۱ هیچ شمارنده دیگه ای نداره. بنابراین ۲ یه عدد اوله.

آیا ۴ اوله؟

می‌دونیم که ۱ و ۴ شمارنده عدد ۴ هستند، آیا عدد ۴ غیر از این دو تا، شمارنده دیگری ای ندارد؟ داره! چون ۴ به عدد زوجه پس هتما بر ۲ بشپزیره. پس غیر از خودش و ۲ به شمارنده دیگره هم داشت. پس ۴ اول نیست.

ما این رو می‌دونیم که اعداد زوج بر ۲ بشپزیرن، پس به غیر از ۲، هیچکدوم از اعداد زوج، اول نیستن. این مطلب به ما توی شناخت اعداد اول کمک می‌کنه.

**غیر از ۲ هیچ عدد زوج دیگری اول نیست.**

آیا عدد ۳ اوله؟

عدد ۳ عدد اوله چون فقط دو تا شمارنده داره، خودش و ۱

هر عددی که بر ۳ بشپزیر باشه اول نیست. چون غیر از خودش و ۱، شمارنده دیگری هم داره.

چه اعدادی بر ۳ بشپزیر بودن؟ اعدادی که مجموع ارقامشون بر ۳ بشپزیر باشه. پس:

**اعدادی که مجموع ارقامشون بر ۳ بشپزیر باشه اول نیستن.**

عدد ۵ اوله، چون غیر از خودش و ۱ شمارنده دیگره ای ندارد.

هر عددی که بر ۵ بشپزیر باشه اول نیست. چون غیر از خودش و ۱، شمارنده دیگری هم داره.

چه اعدادی بر ۵ بشپزیر بودن؟ اعدادی که یکانشون ۰ یا ۵ باشه. پس:

**اعدادی که یکانشون ۰ یا ۵ باشه اول نیستن.**

## پیدا کردن اعداد اول:

با توجه به مطالبی که گفتیم، آگه یه تعداد عدد به شما داده بودن و از شما خواسته بودن که مشخص کنید کدوم یکی از اونا اوله، کارهای زیر رو انجام بدید:

۱. اول از همه عدد ۱ رو خط بزنید، چون ۱ عدد اول نیست.

۲. غیر از عدد ۲، همه عددهای زوج رو خط بزنید.

۳. غیر از عدد ۳، همه عددهایی که مجموع ارقامشون بر ۳ بخشپذیر هست رو خط بزنید.

۴. غیر از عدد ۵، همه اعدادی که یکانشون ۵ هست رو خط بزنید.

عدد هایی که براتون باقی میمونه اعداد اول هستن. البته در سال بالاتر این روش رو به صورت کاملتر یاد می گیریم.

حل تمرین صفحه ۵۱

عدد اول

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ است؟ چرا؟

آگه باقیمانده تقسیم ۲۴۷ بر ۱۷ صفر بشه، اونوقت ۱۷ شمارنده ۲۴۷ میشه. تقسیم رو انجام میدیم:

$$\begin{array}{r}
 247 \\
 - 17 \\
 \hline
 77 \\
 - 61 \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

همینطور که می بینیم باقیمونده تقسیم برابر صفر نشد، پس ۱۷ شمارنده ۲۴۷ نیست.

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

بله، وقتی عددی بر ۳ بشپزیر باشه، باقیمانده تقسیم اون عدد بر ۳ برابر صفر میشه، بنابراین عدد ۳ شمارنده اون عدد محسوب میشه.

۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.

باید ۴ تا عدد بنویسیم که بر ۵ بشپزیر باشن، چه اعدادی بر ۵ بشپزیرن؟ اعدادی که یکان اونها صفر یا ۵ باشه. پس چهار تا عدد دلخواه می نویسیم که یکانشون ۰ یا ۵ باشه:

۲۰ - ۲۵ - ۳۰ - ۳۵

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟

۳۴۵ ، ۵۵۵ ، ۹۲۴ ، ۲۴۵

عددی بر ۱۵ بشپزیره که هم بر ۳ و هم بر ۵ بشپزیر باشه. پس باید دنبال عددهایی بگردیم که هم بر ۳ و هم بر ۵ بشپزیرن.

چون تشخیص بشپزیری بر ۵، اختاره، اول نگاه می کنیم ببینیم کدوما به ۵ بشپزیرن

۳۴۵ و ۵۵۵ و ۳۶۰ بر ۵ بشپزیرن ولی ۹۲۴ بر ۵ بشپزیر نیست.

پس دیگه با ۹۲۴ کاری نداریم چون وقتی بر ۵ بخشپذیر نیست، قطعا بر ۱۵ هم بخشپذیر نیست.

حالا از بین اعداد ۳۴۵ و ۵۵۵ و ۳۶۰ بررسی می‌کنیم که کدوم بر ۳ بخشپذیرن؟

می‌دونیم اعدادی بر ۳ بخشپذیرن که مجموع ارقامشون بر ۳ بخشپذیر باشه.

مجموع ارقام ۳۶۰ رو مناسبه می‌کنیم:  $۳ + ۶ + ۰ = ۹$ ، ۹ میشه و ۹ هم بر ۳ بخشپذیره

مجموع ارقام ۵۵۵ رو مناسبه می‌کنیم:  $۵ + ۵ + ۵ = ۱۵$ ، ۱۵ میشه و ۱۵ هم بر ۳

بخشپذیره

مجموع ارقام ۳۴۵ رو مناسبه می‌کنیم:  $۳ + ۴ + ۵ = ۱۲$ ، ۱۲ میشه و ۱۲ هم بر ۳

بخشپذیره.

بنابراین اعداد ۳۴۵ و ۵۵۵ و ۳۶۰ هم بر ۳ و هم بر ۵ بخشپذیر بودن، پس بر ۱۵ هم

بخشپذیرن.

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

تجزیه به شمارنده‌های

اول

در قسمت قبل گفتیم که اعداد رو می‌تونیم به صورت حاصلضرب شمارنده هاشون

بنویسیم، مثلا برای ۲۰ نوشتیم:

$$2 \times 10 = 20$$

حالا میفوییم این ضرب رو به چه صورت دیگه بنویسیم.

میفوییم به عدد ، به صورت حاصلضرب شمارنده های اول نوشته بشه.

اینجا ما عدد ۲۰ رو به صورت ضرب دو تا عدد نوشتیم ولی عدد ۱۰ به عدد مرکبه. آگه بفوییم همه شمارنده هاش اول باشن باید چطوری بنویسیم؟

به طور کلی چطوری می تونیم به عدد رو به صورت حاصلضرب اعداد اول بنویسیم؟

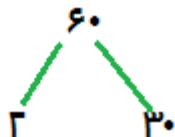
برای این کار از درخت تجزیه استفاده می کنیم.

فرض کنید میفوییم عدد ۶۰ رو به شمارنده های اول تجزیه کنیم، اولین کاری که می کنیم اینه که دو عدد پیدا کنیم که حاصلضربشون بشه ۶۰.

ممکنه عددهای مختلفی پیدا بشه که ضربشون ۶۰ باشه، موم نیست که کدوم رو انتخاب کنید چون در نهایت نتیجه ها با هم برابر میشه

$$\text{مثلا میگیه } 60 = 2 \times 30$$

عدد ۶۰ رو می نویسیم، دو تا شافه بعش وصل می کنیم و این دو تا عدد رو پایین شافه ها می نویسیم، به این صورت:



حالا باید همین کار رو واسه این دو تا عدد انجام بدیم.

دنبال دو تا عدد میگردیم که ضربشون ۲ بشه، چه عددایی داریم؟ فقط این حالت وجود داره



$$۲ = ۲ \times ۱$$

وقتی به این نقطه میرسیم دیگه این شافه رو ادامه نمیدیم، چون به یه عدد اول رسیدیم.

**"وقتی به عدد اول رسیدیم دیگه شافه رو ادامه نمیدیم"**

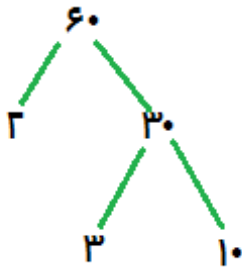
پس میریم سراغ عدد بعدی، یعنی  $۳۰$ .

دو تا عدد پیدا می‌کنیم که ضربشون بشه  $۳۰$ . مثلاً می‌گیم:

$$۳۰ = ۳ \times ۱۰$$

دو تا شافه به  $۳۰$  وصل می‌کنیم و این دو تا عدد رو پایین شافه‌ها می‌نویسیم، به

صورت زیر:



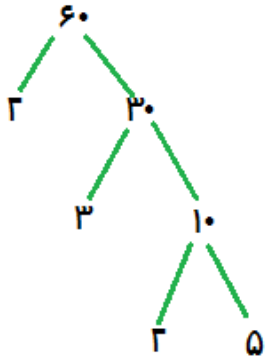
الان دو تا عدد داریم، یکی  $۳$  و یکی  $۱۰$ .

میدونیم که  $۳$  یک عدد اوله و دیگه نمی‌تونیم ادامه‌ش بدیم، یعنی دیگه تجزیه نمیشه.

عدد  $۱۰$  چی؟ آیا می‌تونیم دو تا عدد پیدا کنیم که ضربشون  $۱۰$  بشه؟ بله

$$۱۰ = ۲ \times ۵$$

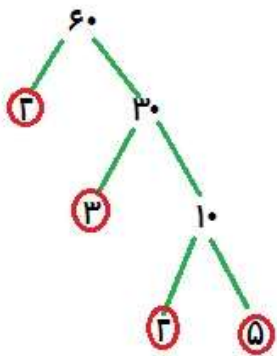
اینا رو هم با دو تا شافه به  $۱۰$  وصل می‌کنیم، ببینید:



آیا ۲ رو می‌تونیم تجزیه کنیم؟ نه، چون عدد اوله

آیا ۵ رو می‌تونیم تجزیه کنیم؟ نه، چون عدد اوله

پس ما دیگه نمی‌تونیم در فتمون رو ادامه بدیم. در گام آخر، میایم دور اعدادی که دیگه قابل تجزیه نبودن فط می‌کشیم. به اینها برگ درخت میگوین، یعنی دیگه هیچ شافه ای در ادامه شون نیومره:

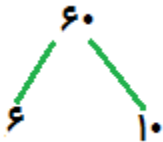


بنابراین تجزیه ۶۰ به اعداد اول به صورت زیر میشه:  $60 = 2 \times 3 \times 2 \times 5$

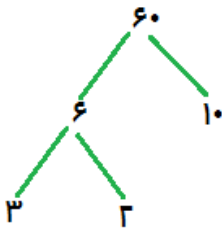
بازم تاکید میکنم ما فقط دور اعدادی فط می‌کشیم که دیگه بعرضون شافه ای نیومره باشه، مثلا ۱۰ یا ۳۰ رو نمی‌تونیم بنویسیم چون بعرضون شافه داریم.

اگه یادتون باشه گفتیم که مهم نیست دو تا عددی که انتخاب می‌کنیم چیا باشن، در نهایت نتیجه تجزیه برابره. بینیم واقعا اینجوری هست یا نه!

فرض کنیم در ابتدا  $60$  رو به صورت  $6 \times 10$  مینوشتیم، در اینصورت درفتمون به صورت زیر میشه:



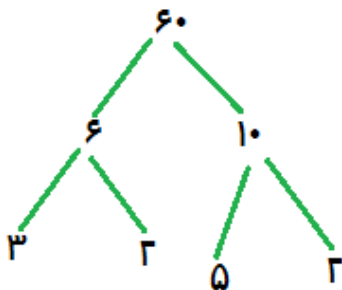
حالا دو تا عدد پیدا می‌کنیم که ضربشون  $6$  بشه. داریم  $6 = 2 \times 3$ ، پس در ادامه درفتمون این دو تا شاخه رو می‌کشیم:



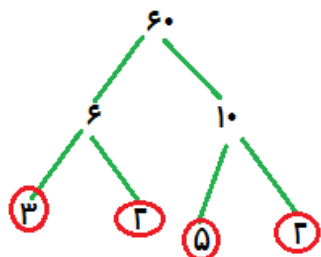
به اعداد  $2$  و  $3$  رسیدیم که اول هستن، بنابراین درفتمون رو از سمت اینا نمی‌تونیم ادامه بدیم. میریم سراغ  $10$ ، دو تا عدد پیدا می‌کنیم که حاصلضربشون  $10$  بشه، داریم

$$10 = 2 \times 5$$

به درفتمون اضافه می‌کنیم:



به عددهای ۲ و ۵ رسیدیم و چون اول هستن نمی‌تونیم درخت رو ادامه بدیم. حالا دور برگزای درختمون فط می‌کشیم، یعنی همون عددهایی که در ادامه‌شون شافه‌ای نداریم:



$$60 = 3 \times 2 \times 5 \times 2$$

پس داریم:

می‌بینیم که نتیجه با اونی که بالا به دست آوردیم یکی شد. پس تجزیه رو با هر اعدادی که ادامه بدیم در نهایت نتیجه تغییر نمی‌کنه.

اگه دوست داشتید فودتون  $60 = 4 \times 15$  رو امتحان کنید و ببینید که نتیجه باز هم همین میشه.

حل تمرین صفحه ۶۱

شمارنده اول

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟

چرا؟

یه کسر زمانی ساده میشه که بین عددهای صورت و مخرجش، عامل مشترک وجود داشته باشه. در اینجا توی صورت ۲ و ۳ رو داریم و توی مخرج ۵ و ۷

عددهای صورت و عددهای مخرج نسبت به هم اولند، یعنی عامل مشترک ندارند، پس کسر ساده نمیشود.

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر  $\frac{3}{5}$  شود.

باید سه تا کسر مساوی با  $\frac{3}{5}$  بنویسیم؛

$$\frac{6}{10} \text{ , } \frac{9}{15} \text{ , } \frac{12}{20}$$

۳- با شماره‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین  $30^\circ$  و  $50^\circ$  باشند؟

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

بزرگترین مقسوم علیه مشترک

در قسمت قبل تجزیه اعداد رو یاد گرفتیم. در اینجا می‌فوییم از این تجزیه‌ها استفاده کنیم.

دو تا عدد ۱۸ و ۱۲ رو در نظر بگیرید، شمارنده های این دو عدد رو می نویسیم:

۱۲ = شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۱۸ = شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

همینطور که می بینید بین شمارنده های این اعداد، عددهای مشترکی وجود داره. مثلا ۱ و ۲ و ۳ و ۶

چیزی که بین شمارنده های دو تا عدد برای ما مهمه، پیدا کردن بزرگترینشونه. مثلا بین شمارنده های مشترکی که بین ۱۲ و ۱۸ وجود داره عدد ۶ از همه بزرگتره. در اینجا به عدد ۶، بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۱۲ و ۱۸ گفته میشه.

حالا فرض کنید میفویام بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۱۵۰ و ۲۳۵ رو بنویسیم. ار چه راهی می تونیم استفاده کنیم؟

یه راهش اینه که همه مقسوم علیه های این دو عدد رو بنویسیم و بعد ببینیم که بین اونها کدوم بزرگتره. ولی فب این برای عددهای بزرگتر شدن نیست چون هم طولانی و وقت گیره و هم ممکنه بعضی از مقسوم علیه ها رو فراموش کنیم که بنویسیم. پس باید به فکر یه راه بهتر باشیم.

برای به دست آوردن بزرگترین مقسوم علیه مشترک از تجزیه اعداد استفاده کنیم:

**ماسبه ب ۴۴ :**

برای اینکه بزرگترین مقسوم علیه مشترک یا ب ۴۴ دو عدد رو بنویسیم اول باید دو عدد رو تجزیه کنیم.

مثلا فرض کنید میفویایم ب ۴ ۴ دو عدد ۱۸ و ۳۰ رو بنویسیم، اول تجزیه شده این دو تا عدد رو می نویسیم (از درخت تجزیه استفاده می کنیم):

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

حالا دنبال اعداد مشترک بین تجزیه شده این دو عدد می گردیم، بالا ۲ داریم پایین هم ۲ داریم، پس فعلا ۲ رو می نویسیم:

$$۴ ۴ ب = ۲ \times \dots$$

{ این سه تا نقطه جلوی  $\times$  رو برای این گذاشتیم، چون هنوز کارمون تموم نشده. }

برای اینکه در پیدا کردن اعداد مشترک دچار اشتباه نشیم، هر عددی مشترکی رو که پیدا کردیم و جلوی ب ۴ ۴ نوشتیم، در بالا و پایین فطش می زنیم، اینجا ۲ رو نوشتیم پس هم در ۳۰ و هم در ۱۸ فطش می زنیم:

$$18 = \cancel{2} \times 3 \times 3$$

$$30 = \cancel{2} \times 3 \times 5$$

آیا باز هم عدد مشترک داریم؟ بله ۳. پس ۳ رو جلوی ب ۴ ۴ می نویسیم و در بالا و پایین اونو فط می زنیم:

$$۴ ۴ ب = ۲ \times ۳ \times \dots$$

$$18 = \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3$$

$$30 = \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5$$

آیا بین اعداد باقیمانده، باز هم عدد مشترک داریم؟ نه.

پس اعدادی که جلوی ب ۴۴ نوشتیم رو در هم ضرب می‌کنیم تا جواب نهایی  
ب ۴۴ به دست بیاید:

$$۴۴ = ۲ \times ۳ = ۶$$

**مثال:** ب ۴۴ دو عدد ۹۰ و ۶۰ رو به دست بیارید:

اول دو تا عدد رو تجزیه می‌کنیم:

$$۶۰ = ۳ \times ۲ \times ۵ \times ۲$$

$$۹۰ = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲$$

به دنبال اعداد مشترک می‌گردیم، بالا ۳ داریم پایین هم ۳ داریم.

پس ۳ رو جلوی ب ۴۴ می‌نویسیم و اون رو هم در بالا و هم در پایین خط می‌زنیم:

$$۴۴ = ۳ \times \dots$$

$$۶۰ = \cancel{۳} \times ۲ \times ۵ \times ۲$$

$$۹۰ = \cancel{۳} \times ۳ \times ۵ \times ۲$$

به اعداد باقی‌مانده نگاه می‌کنیم، باز هم عدد مشترک داریم؟ بله ۲. پس ۲ رو جلوی

ب ۴۴ می‌نویسیم و اون رو هم در بالا و هم در پایین خط می‌زنیم:

$$۴۴ = ۳ \times ۲ \dots$$

$$۶۰ = \cancel{۳} \times \cancel{۲} \times ۵ \times ۲$$

$$۹۰ = \cancel{۳} \times ۳ \times ۵ \times \cancel{۲}$$



آیا بین اعداد باقیمونده، عدد مشترک داریم؟ بله ۵. پس ۵ رو جلوی ب ۴۴ می نویسیم و اون رو هم در بالا و هم در پایین فط می زنیم:

$$۴۴ = ۲ \times ۲ \times ۱۱$$

$$۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵$$

$$۹۰ = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

آیا بین اعدادی که باقی مونده عدد مشترک وجود داره؟ نه.

پس اعداد جلوی ب ۴۴ رو در هم ضرب می کنیم و جواب نهایی رو به دست میاریم:

$$۴۴ = ۲ \times ۲ \times ۱۱ = ۴۴$$

ب ۴۴ دو عدد رو به صورت زیر نمایش میدیم:

$$(۶۰, ۹۰) = ۳۰$$

حل تمرین صفحه ۶۴

بزرگترین شمارنده مشترک

۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین پیمانه کدام است؟

برای اینکه ببینیم چه پیمان‌هایی این دو ظرف رو پر میکنن، باید شماره‌های مشترک دو عدد ۱۸ و ۱۲ رو به دست بیاریم.  
ابتدا این دو عدد رو تجزیه می‌کنیم:

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

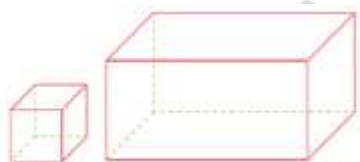
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

پس شماره‌های مشترک برابرین با:

$$2 \text{ و } 3 \text{ و } 2 \times 3$$

بزرگترین این پیمان‌ها ۶ لیتره.

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم. بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟



عددهای مربوط به اضلاع مکعب مستطیل رو تجزیه می‌کنیم:

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

این مکعب مستطیل رو می‌خواهیم با مکعبهای کوچک پر کنیم.  
می‌دونیم که اضلاع یک مکعب با هم برابرین.

مکعب انتقابی ما چه ضلعی میتونه داشته باشه؟

می تونه اضلاعش ۲ باشه. چون عدد ۲ بین هر سه تجزیه مشترکه.

آیا می تونیم مکعب بزرگتری انتقاب کنیم، بله. چرا؟

چون عدد  $2 \times 2$  هم بین این تجزیه ها مشترکه. پس می تونیم مکعبی با اضلاع ۴ رو انتقاب کنیم.

آیا مکعب بزرگتری می تونیم انتقاب کنیم؟ نه! چون عدد بزرگتری بین این سه تا تجزیه مشترک نیست.

قسمت دوم سوال از ما پرسیده که چند تا مکعب در این مکعب مستطیل جا میشه؟

برای حل این سوال، حجم مکعب مستطیل و حجم مکعب کوچک رو حساب می کنیم و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\text{حجم مکعب مستطیل} = 12 \times 36 \times 28 = 12096$$

$$\text{حجم مکعب} = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

حالا این دو عدد رو بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{12096}{64} = 189$$

پس ۱۸۹ تا مکعب توی این مکعب مستطیل جا میشه.

## کوچکترین مضرب مشترک

### مضربهای یک عدد:

نوشتن مضارب اعداد رو در ریاضی دبستان یاد گرفتیم. برای نوشتن مضربهای یک عدد، اون رو در عددهای مختلف ضرب می‌کردیم؛  
مثلا برای نوشتن مضربهای ۶:

$$1 \times 6 = 6$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$4 \times 6 = 24$$

این ضربها رو می‌تونیم ادامه بدیم. عددهایی که به دست میان، همگی مضرب ۶ هستند.

مضربهای یه عدد دو دسته هستند، مضربهای صحیح و مضربهای طبیعی

**مضربهای صحیح:** اگه یه عدد رو در عددهای صحیح ضرب کنیم مضارب صحیح اون به دست میاد، مثلا برای مضارب صحیح عدد ۳ داریم:

.... ، ۱۲ ، ۹ ، ۶ ، ۳ ، -۳ ، -۶ ، -۹ ، -۱۲ ، ....

**مضربهای طبیعی:** مضربهای طبیعی یه عدد، از ضرب عددهای طبیعی در اون عدد به دست میان. مثل مضربهای ۶ که در ابتدا مناسبه کردیم.

به مضربهای طبیعی یه عدد، به اختصار مضرب گفته میشه. پس در ادامه هر وقت که از مضرب صحبت کردیم منظورمون مضربهای طبیعی اعداره

مضربهای دو عدد ۱۸ و ۳۰ رو می نویسیم:

..... ، ۱۸۰ ، ۱۶۲ ، ۱۴۴ ، ۱۲۶ ، ۱۰۸ ، ۹۰ ، ۷۲ ، ۵۴ ، ۳۶ ، ۱۸ = مضارب ۱۸

..... ، ۱۸۰ ، ۱۵۰ ، ۱۲۰ ، ۹۰ ، ۶۰ ، ۳۰ = مضارب ۳۰

همینطور که می بینید یه سری از اعداد بین مضربهای این دو عدد مشترکه، به این اعداد مضربهای مشترک عددهای ۱۸ و ۳۰ گفته میشه. مثلا در این جا ۹۰ و ۱۸۰ مشترک هستن.

پیزی که بین این مضربها برای ما اهمیت داره، پیدا کردن کوچکترین اونهاست.

یعنی کوچکترین مضرب مشترک دو عدد یا  $k \times m$  دو عدد

برای به دست آوردن  $k \times m$  دو عدد چه کاری باید انجام بدیم؟

یه راهش اینه که مضربهای دو عدد رو بنویسیم و ببینیم بین این مضربها، کدوما مشترکه و از بین اونا بزرگترینشون رو به دست بیاریم.

ولی به نظرتون برای اعداد بزرگ می تونیم این کار رو انجام بدیم؟ نه!

اگه بفوایم برای اعداد بزرگ از این روش استفاده کنیم، ممکنه فیلیپی طولانی شه.

بنابراین میریم سراغ یه روش بهتر

اگه روشی که باهاش  $b \times m$  رو به دست آوردیم فوب یاد گرفته باشید،  $k \times m$  هم

براتون راحت، چون فیلی شبیه به هم هستن.

## مماسبه ک ۴۴ :

برای اینکه کوچکترین مضرب مشترک یا ک ۴۴ دو عدد رو بنویسیم اول باید دو عدد رو تجزیه کنیم.

مثلا فرض کنید میفوییم ک ۴۴ دو عدد ۱۸ و ۳۰ رو بنویسیم، اول تجزیه شده این دو تا عدد رو می نویسیم (از درخت تجزیه استفاده می کنیم):

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

مثل روشی که برای به دست آوردن ب ۴۴ ازش استفاده کردیم ، عددهای مشترک بین دو تا تجزیه رو پیدا می کنیم و جلوی ک ۴۴ می نویسیم و خط می زنیم :

$$۴۴ ک = ۲ \times ۳ \times \dots$$

$$18 = \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3$$

$$30 = \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5$$

تا اینجا دقتکاری رو انجام دادیم که برای مماسبه ب ۴۴ انجام میدادیم، حالا باید به مرحله دیگه هم انجام بدیم:

هر عددی که در این دو تجزیه خط نفورده ، جلوی ک ۴۴ می نویسیم و ضرب می کنیم:  
در اینجا ۳ و ۵ خط نفورده ، پس اونا رو جلوی ک ۴۴ می نویسیم:

$$۴۴ ک = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

بنابراین:

$$[18, 30]=90$$

پس به طور فاصله، برای به دست آوردن ک م م دو عدد:

اول ب م م رو به دست میاریم، بعد هر عددی که توی تجزیه ها فط نفورده بود رو در اون ضرب می کنیم.

مثال:

ک م م دو عدد ۹۰ و ۶۰ رو به دست بیارید:

اول دو تا عدد رو تجزیه می کنیم:

$$60 = 2 \times 3 \times 5 \times 2$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

اعداد مشترک در این دو تجزیه رو فط می زنیم:

$$60 = \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 3$$

$$90 = \cancel{2} \times 3 \times \cancel{5} \times 3$$

$$ک م م = 3 \times 2 \times 5 \times \dots$$

چه عددهایی فط نفورده؟ ۲ و ۳. این دو عدد رو هم ضرب می کنیم:

$$ک م م = 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3$$

بنابراین

$$[60, 90] = 180$$

حل تمرین صفحه ۶۷  
کوچکترین مضرب مشترک

۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافربری حرکت می کند.  
اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر  
دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور  
همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟

این سوال رو از دو راه حل می کنیم:

راه حل اول:

ک ۴ دو عدد ۲۰ و ۳۰ رو به دست میاریم. ابتدا دو عدد رو تجزیه می کنیم:

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

بنابراین:

$$[20, 30] = 2 \times 3 \times 5 = 60$$

یعنی بعد از گذشت ۶۰ دقیقه دو اتوبوس دیگه به طور همزمان از این دو خط حرکت  
میکنن.

راه حل دو:

ساعت هایی که اتوبوس های A و B حرکت میکنند رو می نویسیم:

ساعت هایی که اتوبوس های خط A حرکت میکنند:



12:00 و 12:20 و 12:40 و 13:00

ساعت‌هایی که اتوبوس‌های خط B حرکت می‌کنند:

12:00 و 12:30 و 13:00

پس در ساعت ۱۳ اتوبوس‌ها هم‌زمان از این دو خط عبور می‌کنند.

۲- یک بیست دو میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

برای اینکه ببینیم هر دو چه زمانی با هم به نقطه شروع می‌رسند باید ک  $۴۴$  و  $۳۵$  و  $۲۱$  را به دست بیاریم.

ابتدا دو عدد را تجزیه می‌کنیم:

$$21 = 3 \times 7$$

$$35 = 5 \times 7$$

بنابراین ک  $۴۴$  این دو عدد برابره با:

$$[21, 35] = 3 \times 5 \times 7 = 105$$

پس امید و فرامرز در ثانیه  $۱۰۵$  هر دو به خط شروع می‌رسند.

قسمت دوم سوال از ما پرسیده که در این زمان هر کدوم چند دور دویدن.

امید هر  $۳۵$  ثانیه یک دور می‌زنه، پس در  $۱۰۵$  ثانیه چند دور زده؟

$$۱۰۵ \div ۳۵ = ۳$$

پس امید ۳ دور زده.

فرامرز هر ۲۱ ثانیه به دور میزنه، پس در ۱۰۵ ثانیه چند دور زده؟

$$۱۰۵ \div ۲۱ = ۵$$

یعنی فرامرز ۵ دور زده.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam7](https://www.instagram.com/RiaziBaHam7)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتدانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.